

**Муниципальное автономное образовательное учреждение
"Ашاپская средняя общеобразовательная школа"
Ординского муниципального района Пермского края**

Сборник задач по математике

**профильный уровень
задача № 17**

**Составитель:
учитель математики
Зотова И. А.**

**с. Ашап
2018-2019 гг.**

Задача № 1

(вычисление минимального количества платежей)

Тимофей хочет взять в кредит **1,1 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 % годовых**. На **какое минимальное количество лет** может Тимофей взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были **не более 270 тысяч рублей**?

Решение:

$S = 1,1$ млн. рублей = 1 100 000 рублей - сумма кредита

$\alpha = 10\% = 0,1$ - процентная ставка

$b = 100\% + 10\% = 1 + 0,1 = 1,1$ - коэффициент увеличения долга

$X = 270$ тысяч рублей = 270 000 рублей - ежегодный платеж

1) $1\,100\,000 \cdot 1,1 - 270\,000 = 1\,210\,000 - 270\,000 = 940\,000$ рублей - долг после **первой** выплаты или долг через год

2) $940\,000 \cdot 1,1 - 270\,000 = 1\,034\,000 - 270\,000 = 764\,000$ рублей - долг после **второй** выплаты или долг через два года

3) $764\,000 \cdot 1,1 - 270\,000 = 840\,400 - 270\,000 = 570\,400$ рублей - долг после **третьей** выплаты или долг через три года

4) $570\,400 \cdot 1,1 - 270\,000 = 627\,440 - 270\,000 = 357\,440$ рублей - долг после **четвертой** выплаты или долг через четыре года

5) $357\,440 \cdot 1,1 - 270\,000 = 393\,184 - 270\,000 = 123\,184$ рубля - долг после **пятой** выплаты или долг через пять лет

6) $123\,184 \cdot 1,1 = 135\,502,4$ рублей $< 270\,000$ рублей - значит это **шестая** выплата или последний платеж

Значит, Тимофей, может взять кредит на **6 лет**.

Ответ: 6 лет

Задача № 2

(вычисление минимального количества платежей)

1 января 2015 года Андрей Владимирович взял в банке **1,1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 3 % на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 3 %**), затем Андрей Владимирович переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Андрей Владимирович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были **не более 220 тысяч рублей**?

Решение:

$S = 1,1$ млн. рублей = 1 100 000 рублей - сумма кредита

$a = 3\% = 0,03$ - процентная ставка

$b = 100\% + 3\% = 1 + 0,03 = 1,03$ - коэффициент увеличения долга

$X = 220$ тысяч рублей = 220 000 рублей - ежемесячный платеж

1) $1\,100\,000 \cdot 1,03 - 220\,000 = 1\,133\,000 - 220\,000 = 913\,000$ рублей - долг после **первой** выплаты или долг через месяц

2) $913\,000 \cdot 1,03 - 220\,000 = 940\,390 - 220\,000 = 720\,390$ рублей - долг после **второй** выплаты или долг через два месяца

3) $720\,390 \cdot 1,03 - 220\,000 = 742\,001,7 - 220\,000 = 522\,001,7$ рублей - долг после **третьей** выплаты или долг через три месяца

4) $522\,001,7 \cdot 1,03 - 220\,000 = 537\,661,75 - 220\,000 = 317\,661,75$ рублей - долг после **четвертой** выплаты или долг через четыре месяца

5) $317\,661,75 \cdot 1,03 - 220\,000 = 327\,191,6 - 220\,000 = 107\,191,6$ рублей - долг после **пятой** выплаты или долг через пять месяцев

6) $107\,191,6 \cdot 1,03 = 110\,407,35$ рублей $< 220\,000$ рублей - значит это **шестая** выплата или последний платеж

Значит, Андрей Владимирович, может взять кредит на **6** месяцев.

Ответ: 6 месяцев

Задачи для самостоятельного решения
(вычисление минимального количества платежей)

Задача № 3

Максим хочет взять в кредит **1,5 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 %** годовых. На **какое минимальное количество лет** может Максим взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более **350 тысяч рублей**?

Задача № 4

Петр хочет взять в кредит **1,3 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 %** годовых. На **какое минимальное количество лет** может Петр взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более **340 тысяч рублей**?

Задача № 5

Родион хочет взять в кредит **1,2 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 %** годовых. На **какое минимальное количество лет** может Родион взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более **320 тысяч рублей**?

Задача № 6

1 января 2015 года Дмитрий Алексеевич взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет **3 %** на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 3 %**), затем, Дмитрий Алексеевич переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Дмитрий Алексеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **250 тысяч рублей**?

Задача № 7

1 января 2015 года Сергей Иванович взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 % на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 1 %**), затем, Сергей Иванович переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Сергей Иванович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **200 тысяч рублей**?

Задача № 8

1 января 2015 года Иван Сергеевич взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 % на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 2 %**), затем, Иван Сергеевич переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Иван Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **200 тысяч рублей**?

Задача № 9

1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке **1,1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 % на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 1 %**), затем, Александр Сергеевич переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **275 тысяч рублей**?

Задача № 10

Никита хочет взять в кредит **1,3 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 %** годовых. На **какое минимальное количество лет** может Никита взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более **300 тысяч рублей**?

Задача № 11

Матвей хочет взять в кредит **1,4 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 %** годовых. На **какое минимальное количество лет** может Матвей взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более **320 тысяч рублей**?

Задача № 12

1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет **1 %** на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 1 %**), затем, Павел Витальевич переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **125 тысяч рублей**?

Задача № 13

Олег хочет взять в кредит **1,2 млн. рублей**. Погашение кредита происходит раз в год **равными суммами** (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента **10 %** годовых. На **какое минимальное количество лет** может Олег взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более **280 тысяч рублей**?

Задача № 14

1 января 2015 года Александр Дмитриевич взял в банке **1,1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет **2 %** на оставшуюся сумму долга (т.е. **увеличивает долг на 2 %**), затем Александр Дмитриевич переводит в банк платеж. На **какое минимальное количество месяцев** Александр Дмитриевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **275 тысяч рублей**?

Задача № 15 (вычисление суммы кредита)

31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под **13 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Василий переводит в банк **5 107 600 рублей**. Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг **двумя равными платежами**?

Решение:

S - сумма кредита

a = 13 % = 0,13 - процентная ставка

b = 100 % + 13 % = 1 + 0,13 = 1,13 - коэффициент увеличения долга

X = 5 107 600 рублей - ежегодный платеж

S₁ = **Sb** - **X** - сумма долга через год

S₂ = **S₁b** - **X** = (**Sb** - **X**)**b** - **X** = **Sb²** - **Xb** - **X** = **Sb²** - **X(b + 1)** - сумма долга через два года

так как Василий выплатил кредит за два платежа, то **S₂ = 0**,

т.е. **Sb² - X(b + 1) = 0**

$$S \cdot 1,13^2 - 5\,107\,600 \cdot (1,13 + 1) = 0$$

$$S \cdot 1,2769 - 5\,107\,600 \cdot 2,13 = 0$$

$$S \cdot 1,2769 = 5\,107\,600 \cdot 2,13$$

$$S = \frac{5\,107\,600 \cdot 2,13}{1,2769} = \frac{5\,107\,600 \cdot 213 \cdot 100}{12769} = \frac{400 \cdot 213 \cdot 100}{1} = 40000 \cdot 213 = \mathbf{8\,520\,000}$$

рублей - сумма кредита

Ответ: 8 520 000 рублей

Задача № 16 (вычисление суммы кредита)

31 декабря 2014 года Сергей взял в банке некоторую сумму в кредит под **12 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Сергей переводит в банк **3 512 320 рублей**. Какую сумму взял Сергей в банке, если он выплатил долг **тремя равными платежами**?

Решение:

S - сумма кредита

a = 12 % = 0,12 - процентная ставка

b = 100 % + 12 % = 1 + 0,12 = 1,12 - коэффициент увеличения долга

X = 3 512 320 рублей - ежегодный платеж

S₁ = **Sb - X** - сумма долга через год

S₂ = **S₁b - X** = (Sb - X) · b - X = **Sb² - Xb - X** = **Sb² - X · (b + 1)** - сумма долга через два года

S₃ = **S₂b - X** = (Sb² - X(b + 1)) · b - X = **Sb³ - Xb² - Xb - X** = **Sb³ - X · (b² + b + 1)** - сумма долга через три года

так как Сергей выплатил кредит за три платежа, то **S₃ = 0**,

т.е. **Sb³ - X · (b² + b + 1) = 0**

$$Sb^3 = X \cdot (b^2 + b + 1)$$

$$S \cdot 1,12^3 = 3\,512\,320 \cdot (1,12^2 + 1,12 + 1)$$

$$S \cdot 1,404928 = 3\,512\,320 \cdot (1,2544 + 1,12 + 1)$$

$$S \cdot 1,404928 = 3\,512\,320 \cdot 3,3744$$

$$S = \frac{3\,512\,320 \cdot 3,3744}{1,404928} = \frac{3\,512\,320 \cdot 33744 \cdot 100}{1404928} = \frac{2,5 \cdot 33744 \cdot 100}{1} = 250 \cdot 33744 =$$

= **8 436 000** рублей - сумма кредита

Ответ: 8 436 000 рублей

Задачи для самостоятельного решения
(вычисление суммы кредита)

Задача № 17

31 декабря 2014 года Василий взял в банке **некоторую сумму** в кредит под **11 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 11 %), затем Василий переводит в банк **3 696 300 рублей**. **Какую сумму** взял Василий в банке, если он выплатил долг **двумя равными платежами** (т.е. за два года)?

Задача № 18

31 декабря 2014 года Владимир взял в банке **некоторую сумму** в кредит под **10 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 10 %), затем Владимир переводит в банк **3 025 000 рублей**. **Какую сумму** взял Владимир в банке, если он выплатил долг **двумя равными платежами** (т.е. за два года)?

Задача № 19

31 декабря 2014 года Михаил взял в банке **некоторую сумму** в кредит под **10 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 10 %), затем Михаил переводит в банк **2 928 200 рублей**. **Какую сумму** взял Михаил в банке, если он выплатил долг **четырьмя равными платежами** (т.е. за четыре года)?

Задача № 20

31 декабря 2014 года Ярослав взял в банке **некоторую сумму** в кредит под **12,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 12,5 %), затем Ярослав переводит в банк **2 132 325 рублей**. **Какую сумму** взял Михаил в банке, если он выплатил долг **четырьмя равными платежами** (т.е. за четыре года)?

Задача № 21

31 декабря 2014 года Андрей взял в банке **некоторую сумму** в кредит под **14 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 14 %), затем Андрей переводит в банк **3 703 860 рублей**. **Какую сумму** взял Михаил в банке, если он выплатил долг **тремя равными платежами** (т.е. за три года)?

Задача 22

(вычисление ежемесячного (ежегодного) платежа)

31 декабря 2014 года Иван взял в банке **4 230 000 рублей** в кредит под **11,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 11,5 %), затем Иван переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X рублей, чтобы Иван выплатил долг **двумя равными платежами** (т.е. через два года)?

Решение:

S = 4 230 000 рублей - сумма кредита

a = 11,5 % = 0,115 - процентная ставка

b = 100 % + 11,5 % = 1 + 0,115 = 1,115 - коэффициент увеличения долга

X - ежегодный платеж

S₁ = **Sb - X** - сумма долга через год

S₂ = **S₁b - X** = (Sb - X)b - X = Sb² - Xb - X = **Sb² - X(b + 1)** - сумма долга через два года

так как Иван выплатил кредит за два платежа, то **S₂ = 0**,

т.е. **Sb² - X(b + 1) = 0**

$$4\,230\,000 \cdot 1,115^2 - X \cdot (1,115 + 1) = 0$$

$$4\,230\,000 \cdot 1,243225 - X \cdot 2,115 = 0$$

$$4\,230\,000 \cdot 1,243225 = X \cdot 2,115$$

$$X = \frac{4\,230\,000 \cdot 1,243225}{2,115} = \frac{4\,230 \cdot 1243225}{2115} = \frac{2 \cdot 1243225}{1} = 2 \cdot 1243225 = \mathbf{2\,486\,450}$$

рублей - ежегодный платеж

Ответ: 2 486 450 рублей

Задачи для самостоятельного решения
(вычисление ежемесячного (ежегодного) платежа)

Задача 23

31 декабря 2014 года Сергей взял в банке **8 420 000 рублей** в кредит под **10,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 10,5 %), затем Сергей переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X рублей, чтобы Сергей выплатил долг **двумя равными платежами** (т.е. через два года)?

Задача 24

31 декабря 2014 года Павел взял в банке **6 327 000 рублей** в кредит под **12 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 12 %), затем Павел переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X рублей, чтобы Павел выплатил долг **тремя равными платежами** (т.е. через два года)?

Задача № 25

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке **6 902 000 рублей** в кредит под **12,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 12,5 %), затем Алексей переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг **четырьмя равными платежами** (т.е. за четыре года)?

Задача № 26

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке **9 282 000 рублей** в кредит под **10 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 10 %), затем Алексей переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг **четырьмя равными платежами** (т.е. за четыре года)?

Задача № 27

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке **4 290 000 рублей** в кредит под **14,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 14,5 %), затем Дмитрий переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X, чтобы Дмитрий выплатил долг **двумя равными платежами** (т.е. за два года)?

Задача № 28

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке **9 599 000 рублей** в кредит под **10 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 10 %), затем Дмитрий переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X, чтобы Дмитрий выплатил долг **тремя равными платежами** (т.е. за три года)?

Задача № 29

31 декабря 2014 года Александр взял в банке **5 916 000 рублей** в кредит под **12,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 12,5 %), затем Александр переводит в банк **X рублей**. Какой должна быть сумма X, чтобы Александр выплатил долг **четырьмя равными платежами** (т.е. за четыре года)?

**Задача 30 (вычисление разницы
при разных условиях выплат кредита)**

31 декабря 2014 года Федор взял в банке **6 951 000 рублей** в кредит под **10 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 10 %), затем Федор переводит в банк платеж. Весь долг он выплатит за **три равных платежа**. **На сколько рублей меньше он бы заплатил банку, если бы смог выплатить долг за два равных платежа?**

Решение:

$S = 6\,951\,000$ рублей - сумма кредита

$a = 10\% = 0,1$ - процентная ставка

$b = 100\% + 10\% = 1 + 0,1 = 1,1$ - коэффициент увеличения долга

X - ежегодный платеж при условии выплаты кредита тремя равными платежами

Y - ежегодный платеж при условии выплаты кредита двумя равными платежами

$3X$ - выплатит банку за три года

$2Y$ - выплатил бы банку за два года

Вычислим какую сумму выплатит банку за три года:

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга через год

$S_2 = S_1 b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - X(b + 1)$ - сумма долга через два года

$S_3 = S_2 b - X = (Sb^2 - X(b + 1)) \cdot b - X = Sb^3 - Xb^2 - Xb - X = Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1)$ - сумма долга через три года

так как Федор выплатил кредит за три платежа, то $S_3 = 0$,

т.е. $Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1) = 0$

$$Sb^3 = X \cdot (b^2 + b + 1)$$

$$6\,951\,000 \cdot 1,1^3 = X \cdot (1,1^2 + 1,1 + 1)$$

$$6\,951\,000 \cdot 1,331 = X \cdot (1,21 + 1,1 + 1)$$

$$6\,951\,000 \cdot 1,331 = X \cdot 3,31$$

$$X = \frac{6\,951\,000 \cdot 1,331}{3,31} = \frac{695\,100 \cdot 1,331}{3,31} = \frac{2100 \cdot 1,331}{1} = 2100 \cdot 1,331 =$$

= **2 795 100** рублей - ежегодный платеж при условии выплаты кредита тремя равными платежами

$$3X = 3 \cdot 2\,795\,100 = \mathbf{8\,385\,300}$$
 рублей - выплатит за три года

Вычислим какую сумму выплатил бы банку за два года:

$$S_1 = Sb - Y$$
 - сумма долга через год

$$S_2 = S_1b - Y = (Sb - Y)b - Y = Sb^2 - Yb - Y = \mathbf{Sb^2 - Y(b + 1)}$$
 - сумма долга через два года

если бы Федор выплатил кредит двумя равными платежами, то $S_2 = 0$,

$$Sb^2 - Y(b + 1) = 0$$

$$Sb^2 = Y(b + 1)$$

$$6\,951\,000 \cdot 1,1^2 = Y \cdot (1,1 + 1)$$

$$6\,951\,000 \cdot 1,21 = Y \cdot 2,1$$

$$Y = \frac{6\,951\,000 \cdot 1,21}{2,1} = \frac{695\,100 \cdot 1,21}{2,1} = \frac{33\,100 \cdot 1,21}{1} = 33\,100 \cdot 1,21 = \mathbf{4\,005\,100}$$
 рублей

- ежегодный платеж при условии выплаты кредита двумя равными платежами

$$2Y = 2 \cdot 4\,005\,100 = 8\,010\,200$$
 рублей - выплатил бы за два года

Вычислим разницу между суммами:

$$3X - 2Y = 8\,385\,300 - 8\,010\,200 = 375\,100$$
 рублей - на столько меньше Федор выплатил бы банку

Ответ: на **375 100** рублей меньше

Задачи для самостоятельного решения
(вычисление разницы при разных условиях выплат кредита)

Задача 31

31 декабря 2014 года Степан взял в банке **4 004 000 рублей** в кредит под **20 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 20 %), затем Степан переводит в банк платеж. Весь долг он выплати за **три равных платежа**. **На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за два равных платежа?**

Задача 32

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке **3 689 000 рублей** в кредит под **12,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 12,5 %), затем Алексей переводит в банк платеж. Весь долг он выплати за **три равных платежа**. **На сколько рублей меньше он бы заплатил банку, если бы смог выплатить долг за два равных платежа?**

Задача 33

31 декабря 2014 года Семен взял в банке **6 006 000 рублей** в кредит под **20 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 20 %), затем Семен переводит в банк платеж. Весь долг он выплати за **три равных платежа**. **На сколько рублей меньше он бы заплатил банку, если бы смог выплатить долг за два равных платежа?**

Задача 34

31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке **7 007 000 рублей** в кредит под **20 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 20 %), затем Тимофей переводит в банк платеж. Весь долг он выплаты за **три равных платежа**. **На сколько рублей меньше он бы заплатил банку, если бы смог выплатить долг за два равных платежа?**

Задача 35

31 декабря 2014 года Савелий взял в банке **7 378 000 рублей** в кредит под **12,5 % годовых**. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(т.е. увеличивает долг на 12,5 %), затем Савелий переводит в банк платеж. Весь долг он выплаты за **три равных платежа**. **На сколько рублей меньше он бы заплатил банку, если бы смог выплатить долг за два равных платежа?**

Задача 36 (вычисление процентной ставки)

31 декабря 2014 года Аркадий взял в банке **1 млн. рублей** в кредит.

Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Аркадий переводит очередной транш. Аркадий выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 530 тысяч рублей**, во **второй раз - 643,8 тысяч рублей**. Под **какой процент** банк выдал кредит Аркадию?

Решение:

$S = 1$ млн. рублей = 1 000 000 рублей - сумма кредита

α - процентная ставка

$b = 100\% + \alpha\% = 1 + 0,01\alpha$ - коэффициент увеличения долга

$X = 530$ тысяч рублей = 530 000 рублей - первый платеж

$Y = 643,8$ тысяч рублей = 643 800 рублей - второй платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга после первого транша (платежа)

$S_2 = S_1b - Y = (Sb - X)b - Y = Sb^2 - Xb - Y$ - сумма долга после второго транша (платежа)

т. к. Аркадий выплатил кредит двумя траншами, то $S_2 = 0$,

$$Sb^2 - Xb - Y = 0$$

$$1\,000\,000 \cdot b^2 - 530\,000 \cdot b - 643\,800 = 0 \quad | : 100$$

$$10\,000 \cdot b^2 - 5\,300 \cdot b - 6\,438 = 0 \quad | : 2$$

$$5\,000 \cdot b^2 - 2\,650 \cdot b - 3\,219 = 0$$

$$D = (-2\,650)^2 - 4 \cdot 5\,000 \cdot (-3\,219) = 7\,022\,500 + 64\,380\,000 = 71\,402\,500 = 8\,450^2$$

$$b_1 = \frac{2\,650 + 8\,450}{2 \cdot 5\,000} = \frac{11\,100}{10\,000} = 1,11$$

$$b_2 = \frac{2\,650 - 8\,450}{2 \cdot 5\,000} = \frac{-5\,800}{10\,000} = -0,58 \text{ - не удовлетворяет условию задачи}$$

$$b = 1 + 0,01\alpha = 1,11$$

$$0,01\alpha = 1,11 - 1$$

$$0,01\alpha = 0,11$$

$$\alpha = 0,11 : 0,01$$

$$\alpha = 11 : 1 = \mathbf{11\%}$$
 - процентная ставка

Ответ: 11 %

**Задачи для самостоятельного решения
(вычисление процентной ставки)**

Задача 37

31 декабря 2014 года Валерий взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Валерий переводит очередной транш. Валерий выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 660 тысяч рублей**, во **второй раз - 484 тысяч рублей**. Под **какой процент** банк выдал кредит Валерию?

Задача 38

31 декабря 2014 года Борис взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е.увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Борис переводит очередной транш. Борис выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 560 тысяч рублей**, во **второй раз - 644,1 тысяч рублей**. Под **какой процент** банк выдал кредит Борису?

Задача 39

31 декабря 2014 года Арсений взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е.увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Арсений переводит очередной транш. Арсений выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 550 тысяч рублей**, во **второй раз - 638,4 тысяч рублей**. Под **какой процент** банк выдал кредит Арсению?

Задача 40

31 декабря 2014 года Антон взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е.увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Антон переводит очередной транш. Антон выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 510 тысяч рублей**, во **второй раз - 649 тысяч рублей**. Под **какой процент** банк выдал кредит Антону?

Задача 41

31 декабря 2014 года Виктор взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Виктор переводит очередной транш. Виктор выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 620 тысяч рублей**, во **второй раз - 560 тысяч рублей**. Под какой **процент** банк выдал кредит Виктору?

Задача 42

31 декабря 2014 года Евгений взял в банке **1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на α процентов), затем Евгений переводит очередной транш. Евгений выплатил кредит за два транша, переведя в **первый раз 540 тысяч рублей**, во **второй раз - 649,6 тысяч рублей**. Найдите α .

Задача 43

31 декабря 2014 года Олег взял в банке **некоторую сумму** в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на α процентов), затем Олег переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по **328 050 рублей**, то выплатит долг за **четыре года**. Если по **587 250 рублей**, то за **два года**. Найдите α .

Задача 44 (на вычисление процентной ставки)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **300 000 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причем **в первый год** будет выплачено **160 000 рублей**, а **во второй год** - **240 000 рублей**.

Решение:(первый способ)

$S = 300\,000$ рублей - сумма кредита

r - годовой процент

$b = 100\% + r\% = 1 + 0,01r$ - коэффициент увеличения долга

$X = 160\,000$ рублей - первый платеж

$Y = 240\,000$ рублей - второй платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга после первого платежа

$S_2 = S_1b - Y = (Sb - X)b - Y = Sb^2 - Xb - Y$ - сумма долга после второго платежа

т. к. кредит будет выплачен двумя платежами, то $S_2 = 0$,

$$Sb^2 - Xb - Y = 0$$

$$300\,000 \cdot b^2 - 160\,000 \cdot b - 240\,000 = 0 \quad | : 10\,000$$

$$30 \cdot b^2 - 16 \cdot b - 24 = 0 \quad | : 2$$

$$15 \cdot b^2 - 8 \cdot b - 12 = 0$$

$$D = 8^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-12) = 64 + 720 = 784 = 28^2$$

$$b_1 = \frac{8+28}{2 \cdot 15} = \frac{36}{30} = 1,2$$

$$b_2 = \frac{8-28}{2 \cdot 15} = \frac{-20}{30} = -\frac{2}{3} - \text{не удовлетворяет условию задачи}$$

$$b = 1 + 0,01r = 1,2$$

$$0,01r = 1,2 - 1$$

$$0,01r = 0,2$$

$$r = 0,2 : 0,01$$

$$r = 20 : 1 = \mathbf{20\%} - \text{процентная ставка}$$

Ответ: 20 %

Задача 44 (на вычисление процентной ставки)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **300 000 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причем **в первый год** будет выплачено **160 000 рублей**, а **во второй год** - **240 000 рублей**.

Решение: (второй способ)

r - годовой процент

$b = 100\% + r\% = 1 + 0,01r$ - коэффициент увеличения долга

$S = 300\,000$ рублей - сумма кредита

$X = 160\,000$ рублей - первый платеж

$Y = 240\,000$ рублей - второй платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга после первого платежа

$$\begin{aligned} S_1 &= 300\,000 \cdot (1 + 0,01r) - 160\,000 = 300\,000 + 3\,000r - 160\,000 = \\ &= 140\,000 + 3\,000r - \text{сумма долга через год} \end{aligned}$$

$S_2 = S_1b - Y$ - сумма долга после второго платежа

$$S_2 = (140\,000 + 3\,000r) \cdot (1 + 0,01r) - 240\,000 =$$

$$= 140\,000 + 3\,000r + 1\,400r + 30r^2 - 240\,000 =$$

$= 30r^2 + 4\,400r - 100\,000$ - сумма долга через два года, но так как планируют кредит погасить за два года, то $S_2 = 0$, т.е.

$$30r^2 + 4\,400r - 100\,000 = 0 \quad / : 10$$

$$3r^2 + 440r - 10\,000 = 0$$

$$D = 440^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10\,000) = 193\,600 + 120\,000 = 313\,600 = 560^2$$

$$r_1 = \frac{-440 + 560}{2 \cdot 3} = \frac{120}{6} = 20\% - \text{годовой процент}$$

$$r_2 = \frac{-440 - 560}{2 \cdot 3} = \frac{-1000}{6} - \text{не удовлетворяет условию задачи}$$

Ответ: 20 %

Задача 45 (на вычисление процентной ставки)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **600 000 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причем **в первый год** будет выплачено **360 000 рублей**, а **во второй год** - **330 000 рублей**.

Решение:

$S = 600\,000$ рублей - сумма кредита

r - процентная ставка

$b = 100\% + r\% = 1 + 0,01r$ - коэффициент увеличения долга

$X = 360\,000$ рублей - первый платеж

$Y = 330\,000$ рублей - второй платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга после первого платежа

$S_2 = S_1b - Y = (Sb - X)b - Y = Sb^2 - Xb - Y$ - сумма долга после второго платежа

т. к. кредит будет выплачен двумя платежами, то $S_2 = 0$,

$$Sb^2 - Xb - Y = 0$$

$$600\,000 \cdot b^2 - 360\,000 \cdot b - 330\,000 = 0 \quad | : 10\,000$$

$$60 \cdot b^2 - 36 \cdot b - 33 = 0 \quad | : 3$$

$$20 \cdot b^2 - 12 \cdot b - 11 = 0$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 20 \cdot (-11) = 144 + 880 = 1024 = 32^2$$

$$b_1 = \frac{12+32}{2 \cdot 20} = \frac{44}{40} = 1,1$$

$$b_2 = \frac{12-32}{2 \cdot 20} = \frac{-20}{40} = -\frac{1}{2} \text{ - не удовлетворяет условию задачи}$$

$$b = 1 + 0,01r = 1,1$$

$$0,01r = 1,1 - 1$$

$$0,01r = 0,1$$

$$r = 0,1 : 0,01$$

$$r = 10 : 1 = 10\% \text{ - процентная ставка}$$

Ответ: 10 %

Задача 46 (вычисление процентной ставки)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **640 000 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причем **в первый год** будет выплачено **320 000 рублей**, а **во второй год** - **450 000 рублей**.

Задача 47 (на вычисление суммы, выплаченной банку)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **545 000 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на **40 %** по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен **тремя равными платежами** (то есть за три года)?

Решение:

$S = 545\,000$ рублей - сумма кредита

$r = 40\% = 0,4$ - процентная ставка

$b = 100\% + 40\% = 1 + 0,4 = 1,4$ - коэффициент увеличения долга

X - ежегодный платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга через год

$S_2 = S_1b - X = (Sb - X) \cdot b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - X \cdot (b + 1)$ - сумма долга через два года

$S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - X(b + 1)) \cdot b - X = Sb^3 - Xb^2 - Xb - X = Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1)$ - сумма долга через три года

так как кредит будет выплачен за три года, то $S_3 = 0$,

т.е. $Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1) = 0$

$$Sb^3 = X \cdot (b^2 + b + 1)$$

$$545\,000 \cdot 1,4^3 = X \cdot (1,4^2 + 1,4 + 1)$$

$$545\,000 \cdot 2,744 = X \cdot (1,96 + 1,4 + 1)$$

$$545\,000 \cdot 2,744 = X \cdot 4,36$$

$$X = \frac{545000 \cdot 2,744}{4,36} = \frac{545000 \cdot 2744}{436 \cdot 10} = \frac{125 \cdot 2744}{1} = 125 \cdot 2744 =$$

= **343 000** рублей - ежегодный платеж

343 000 · 3 = 1 029 000 рублей - будет выплачено банку за три года

Ответ: 1 029 000 рублей

Задача 48(на вычисление суммы, выплаченной банку)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **928 200 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на **10 %** по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен **четырьмя равными платежами** (то есть за четыре года)?

Решение:

$S = 928\,200$ рублей - сумма кредита

$r = 10\% = 0,1$ - процентная ставка

$b = 100\% + 10\% = 1 + 0,1 = 1,1$ - коэффициент увеличения долга

X - ежегодный платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга через год

$S_2 = S_1b - X = (Sb - X) \cdot b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - X \cdot (b + 1)$ - сумма долга через два года

$S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - X(b + 1)) \cdot b - X = Sb^3 - Xb^2 - Xb - X = Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1)$ - сумма долга через три года

$S_4 = S_3b - X = (Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1)) \cdot b - X = Sb^4 - Xb^3 - Xb^2 - Xb - X = Sb^4 - X \cdot (b^3 + b^2 + b + 1)$

так как кредит будет выплачен за четыре года, то $S_4 = 0$,

т.е. $Sb^4 - X \cdot (b^3 + b^2 + b + 1) = 0$

$Sb^4 = X \cdot (b^3 + b^2 + b + 1)$

$928\,200 \cdot 1,1^4 = X \cdot (1,1^3 + 1,1^2 + 1,1 + 1)$

$928\,200 \cdot 1,4641 = X \cdot (1,331 + 1,21 + 1,1 + 1)$

$928\,200 \cdot 1,4641 = X \cdot 4,641$

$X = \frac{928200 \cdot 1,4641}{4,641} = \frac{92820 \cdot 14641}{4641} = \frac{20 \cdot 14641}{1} = 20 \cdot 14641 =$

$= 292\,820$ рублей - ежегодный платеж

$292\,820 \cdot 4 = 1\,171\,280$ рублей - будет выплачено банку за четыре года

Ответ: 1 171 280 рублей

Задача 49(на вычисление суммы, выплаченной банку)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму **427 000 рублей**. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на **25 %** по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен **тремя равными платежами** (то есть за три года)?

Решение:

$S = 427\,000$ рублей - сумма кредита

$r = 25\% = 0,25$ - процентная ставка

$b = 100\% + 25\% = 1 + 0,25 = 1,25$ - коэффициент увеличения долга

X - ежегодный платеж

$S_1 = Sb - X$ - сумма долга через год

$S_2 = S_1b - X = (Sb - X) \cdot b - X = Sb^2 - Xb - X = Sb^2 - X \cdot (b + 1)$ - сумма долга через два года

$S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - X(b + 1)) \cdot b - X = Sb^3 - Xb^2 - Xb - X = Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1)$ - сумма долга через три года

так как кредит будет выплачен за три года, то $S_3 = 0$,

т.е. $Sb^3 - X \cdot (b^2 + b + 1) = 0$

$$Sb^3 = X \cdot (b^2 + b + 1)$$

$$427\,000 \cdot 1,25^3 = X \cdot (1,25^2 + 1,25 + 1)$$

$$427\,000 \cdot 1,953125 = X \cdot (1,5625 + 1,25 + 1)$$

$$427\,000 \cdot 1,953125 = X \cdot 3,8125$$

$$X = \frac{427\,000 \cdot 1,953125}{3,8125} = \frac{4270 \cdot 1953125}{38125} = \frac{4270 \cdot 390625}{7625} = \frac{4270 \cdot 15625}{305} = \frac{14 \cdot 15625}{1} =$$

= **218 750** рублей - ежегодный платеж

218 750 · 3 = 656 250 рублей - будет выплачено банку за три года

Ответ: 656 250 рублей

Ответы

Задача № 1: 6 лет

Задача № 2: 6 месяцев

Задача № 3: 6 лет

Задача № 4: 6 лет

Задача № 5: 5 лет

Задача № 6: 5 месяцев

Задача № 7: 6 месяцев

Задача № 8: 6 месяцев

Задача № 9: 5 месяцев

Задача № 10: 6 лет

Задача № 11: 7 лет

Задача № 12: 9 месяцев

Задача № 13: 6 лет

Задача № 14: 5 месяцев

Задача № 15: 8 520 000 рублей

Задача № 16: 8 436 000 рублей

Задача № 17: 6 330 000 рублей

Задача № 18: 5 250 000 рублей

Задача № 19: 9 282 000 рублей

Задача № 20: 6 409 000 рублей

Задача № 21: 8 599 000 рублей

Задача № 22: 2 486 450 рублей

Задача № 23: 4 884 100 рублей

Задача № 24: 2 634 240 рублей

Задача № 25: 2 296 350 рублей

Задача № 26: 2 928 200 рублей

Задача № 27: 2 622 050 рублей

Задача № 28: 3 859 900 рублей

Задача № 29: 1 968 300 рублей

Задача № 30: 375 100 рублей

Задача № 31: 460 800 рублей

Задача № 32: 253 125 рублей

Задача № 33: 691 200 рублей

Задача № 34: 806 400 рублей

Задача № 35: 506 250 рублей

Задача № 36: 11 %
Задача № 37: 10 %
Задача № 38: 13 %
Задача № 39: 12 %
Задача № 40: 10 %
Задача № 41: 12 %
Задача № 42: 12 %
Задача № 43: 12,5 %
Задача № 44: 20 %
Задача № 45: 10 %
Задача № 46: 12,5 %
Задача № 47: 1 029 000 рублей
Задача № 48: 1 171 280 рублей
Задача № 49: 656 200 рублей